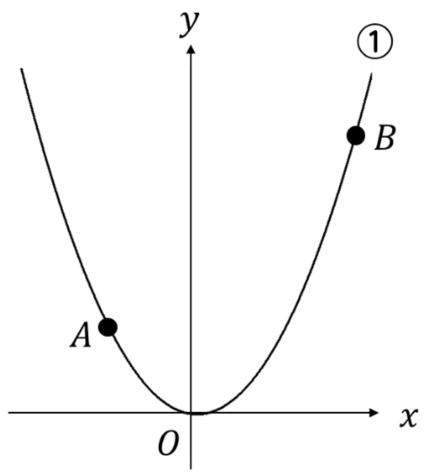
右の図のように，関数 $y = ax^2$（a は正の定数）…①のグラフ上に，2点 A，B があります。点 A の x 座標を -2，点 B の x 座標を 4 とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。



（1）$a = 2$ とします。①について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。

（2）2点 A，B を通る直線の傾きが 1 となるとき，a の値を求めなさい。

（3）$a = 1$ とします。点 B と y 座標が等しい y 軸上の点を C とします。①のグラフ上に点 P をとり，点 P の x 座標を t とします。$\triangle BCP$ の面積 14 となるとき，t の値を求めなさい。ただし，$-2 < t < 4$ とします。

【解答】

(1)　$a = 2$ のとき，$y = 2x^2$ となる。

$x = -2$ のとき，$y = 2 \times (-2)^2 = 8$

$x = 0$ のとき，$y = 2 \times 0 = \mathbf{0}$（小）

$x = 4$ のとき，$y = 2 \times 4^2 = \mathbf{32}$（大）

$\mathbf{0 \leqq y \leqq 32}$

x の変域に原点が含まれている場合には，範囲の両端と原点の値を比較すれば y の変域が分かる。

---

(2)　2点 A，B の座標を求めると次のようになる。

$A(-2, 4a)$　$B(4, 16a)$

この2点から傾きを求めると，

$$\frac{16a - 4a}{4 - (-2)} = \frac{12a}{6} = 2a$$

これが 1 になるのだから，

$2a = 1$

$\mathbf{a = \frac{1}{2}}$

$$傾き = \frac{y の増加量}{x の増加量}$$

---

(3)　点 P の x 座標を t とすると，点 $\mathrm{P}(t, t^2)$ と表せる。

このとき，

$$\triangle BCP = 4 \times (16 - t^2) \times \frac{1}{2} = 32 - 2t^2$$

よって，

$32 - 2t^2 = 14$

$2t^2 = 18$

$t^2 = 9$

$-2 < t < 4$ より，$\mathbf{t = 3}$